Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

Artículo

Parcelas divididas en cuadro latino: modelos estadísticos y fórmulas sin y con submuestreo

José Antonio Rodríguez-González[1]
Delfina de Jesús Pérez-López[2]
Jesús Hernández-Ávila[2]
Artemio Balbuena-Melgarejo[2]
J. Ramón Pascual Franco-Martínez[2]
Andrés González-Huerta[2,*]

1 Programa de Maestría en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales-Facultad de Ciencias Agrícolas-Campus Universitario ‘El Cerrillo’-Universidad Autónoma del Estado de México. El Cerrillo Piedras Blancas, Toluca de Lerdo, Estado de México. Tel. 722 2965552, ext. 117 (jrodriguezg008@alumno.uaemex.mx).

2 Centro de Investigación y Estudios Avanzados en Fitomejoramiento-Facultad de Ciencias Agrícolas-Universidad Autónoma del Estado de México. El Cerrillo Piedras Blancas, Toluca de Lerdo, Estado de México. AP. 435. Tel. 722 2965518, ext. 148 (djperezl@uaemex.mx; jhernandeza@uaemex.mx; jrfrancom@uaemex.mx; abalbuenam@uaemex.mx; pcarn@uaemex.mx).

Autor para correspondencia: agonzalezh@uaemex.mx.

Resumen

Se ha publicado poca información para un arreglo en parcelas divididas para un diseño en cuadro latino. En esta investigación se construyen sus modelos estadísticos, y las fórmulas que permitan obtener grados de libertad y suma de cuadrados considerando las metodologías de mínimos cuadrados y formas cuadráticas o matriciales, sin y con submuestreo balanceado. Se parte de la suposición de que no hay interacción entre hileras, columnas y factor A, pero se indica cómo llegar a los mismos resultados introduciendo el principio de cruzamiento y anidamiento, particularmente si será aplicado InfoStat o InfoGen, se sugiere utilizar la diferencia principal entre las salidas que generan ambos paquetes estadísticos para subdividir al error conjunto en error muestral y error experimental, pero también se hace énfasis en las fórmulas que fueron derivadas para su cálculo directo.

Palablas clave:

experimentos bifactoriales, formas cuadráticas o matriciales, mínimos cuadrados.

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

Introducción

Los arreglos de unidades experimentales en parcelas divididas (PD) o subdivididas (PSD) han sido utilizados ampliamente para estudiar efectos o varianzas en ensayos bi o trifactoriales (Balzarini *et al*., 2008; Di Rienzo *et al*., 2008; Balzarini y Di Rienzo, 2016; Tirado y Tirado, 2017) o en series de experimentos cuando éstos se extienden a diversos ambientes, conformados por años, localidades o combinaciones de ambos (González *et al*., 2019; Pérez *et al*., 2022).

Los planes de aleatorización más utilizados corresponden a los diseños experimentales completamente al azar (DCA) y bloques completos al azar (DBCA) (Gomez y Gomez, 1984; Martínez, 1988; Little y Hills, 2008; Montgomery, 2009). Autores como Ledolter (2010) realizó una discusión acerca de los arreglos de PD para ensayos completos y para experimentos factoriales fraccionados, con énfasis en DCA y DBCA, pero sin considerar submuestreo balanceado.

El DCL, en PD o PSD, no ha sido muy utilizado, pero podría ser de gran utilidad para evaluar las diferencias que originan años, localidades o ambos con distanciamiento entre plantas, fórmulas de fertilización, abonos orgánicos, insecticidas, fungicidas, herbicidas, métodos de labranza, láminas de riego y fechas de corte en forrajes, entre otros, cuando éstos se asignen a parcela principal y en subparcelas podrían considerarse especies vegetales o variedades contrastantes de alguna de éstas (González *et al*., 2019; Pérez *et al*., 2022).

Los terrenos de agricultores que son muy heterogéneos también presentan este tipo de variabilidad aleatoria que es indeseable para establecer un experimento adecuado; ésta podría controlarse más eficientemente utilizado un PD en DCL u otro diseño experimental (González *et al*., 2019; Pérez *et al*., 2022).

También se han encontrado pocos reportes sobre los modelos estadísticos, el análisis de varianza y la comparación de medias (Tirado y Tirado, 2017; González *et al*., 2019), particularmente cuando se aplica submuestreo balanceado y algún paquete estadístico (Gomez y Gomez, 1984; Martínez, 1994; Montgomery, 2009) PROC Anova: Latin Square Split Plot :: SAS/STAT(R) 9.22 User's Guide.

Así, el objetivo principal de esta investigación fue construir sus modelos sin y con submuestreo balanceado, y presentar las fórmulas para calcular grados de libertad y suma de cuadrados con base en dos metodologías, como un prerrequisito para la aplicación de algún paquete estadístico.

Materiales y métodos

Simbología

En este estudio la variable cuantitativa de interés será identificada con Y. Adicionalmente, será empleada la simbología descrita por Mendenhall (1987); Sahagún (2007); Montgomery (2009). También será aplicada la terminología descrita por Pérez *et al*. (2022) y por González *et al*. (2023, 2004 a, b). Los factores de clasificación serán Hileras, Columnas, A, B, cuyos niveles serán, respectivamente: i=1, 2, 3, h; j=1, 2, 3, c; k=1, 2, 3,…,t; l= 1, 2, 3,…,b. Con submuestreo balanceado, además de lo anterior, será incluido el Factor S (m= 1, 2, 3, s).

Modelos estadísticos balanceados

Estudios relevantes como los de Tirado y Tirado (2017) presentaron un modelo para PD en DCL sin submuestreo, pero los dos que se presentan a continuación se construyeron aplicando la guía publicada por Sahagún (1998). Ambos modelos también se pueden construir bajo la suposición de ausencia de interacción entre hileras, columnas y niveles del factor A, como lo sugirieron Gomez y Gomez (1984); Martínez (1994); Montgomery (2009).

Sin submuestreo

$$Y_{ijkl} = \mu + H_i + C_j + A_k + (HA)_{ik} + B_l + (AB)_{kl} + \varepsilon_{ijkl}$$

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

Con submuestreo

$Y_{ijklm} = \mu + H_i + C_j + A_k + (HA)_{ik} + B_l + (AB)_{kl} + \delta_{m(ikl)} + \varepsilon_{ijklm}$. Donde: Y es la variable de interés; μ es la media aritmética general; H_i, C_j, A_k, B_l, son los efectos causados por hileras, columnas y factores A y B, respectivamente; $(HA)_{ik}$ es el error a; $(AB)_{kl}$ es la interacción entre ambos factores; $\delta_{m(ikl)}$ es el error muestral; ε_{ijkl} y ε_{ijklm} son el error experimental, sin y con submuestreo.

Diseño experimental

Los niveles del factor A serán asignados a parcelas principales con base en un diseño en Cuadro Latino, como lo sugirieron Smith (1951); Martínez (1994); Tirado y Tirado (2017), y los niveles del factor B se aleatorizan en subparcelas de manera completamente al azar, en un modelo no se considerará submuestreo balanceado y en otro sí.

Software recomendable

Para obtener un plan de aleatorización para este tipo de experimento se puede utilizar el paquete estadístico Star, del Instituto Internacional de Investigación en Arroz (IRRI), con sede en los Baños, Filipinas (Digital Tools | International Rice Research Institute (irri.org). También se puede emplear SAS (Statistical Analysis System; SAS OnDemand for Academics | SAS) u otros paquetes estadísticos que los generen.

Para realizar cálculos manuales con formas cuadráticas o matriciales podría utilizarse la calculadora disponible gratuitamente en https://matrixcalc.org/es/. Para analizar datos podrían utilizarse los paquetes estadísticos referenciados previamente u otros como InfoGen y InfoStat (Balzarini *et al*., 2008; Di Rienzo *et al*., 2008; Balzarini y Di Rienzo, 2016), éstos últimos se han aplicado para dividir al error conjunto en errores muestral y experimental en ensayos con un solo factor, para DCA, DBCA, y DCL (González *et al*., 2023).

Resultados

En parcelas principales, hileras (H), columnas (C) y niveles del factor A son iguales (h= c= t); ht o ct también es igual a t^2. Para un DBCA, H o C, pero no ambos, podría considerarse como r, el número de repeticiones elegido en el experimento.

Grados de libertad (GL) sin submuestreo

GL total= t^2b -1. GL H= h-1= t-1; GL C= c-1= t-1; GL A= t-1; GL error a= (t-1)(t-2). GL parcelas principales (PP)= GL H + GL C + GL A + GL error a. Para verificación: GL PP= t^2 -1. GL B= b-1; GL AxB= (t-1)(b-1). GL error b= t(t-1)(b-1). GL subparcelas (SUB)= GL total - GL H - GL C - GL A - GL error a - GL B - GL AxB. También: GL SUB= GL B + GL AxB + GL error b. Para verificación: GL SUB= t^2 (b-1). GL PP + GL SUB= GL total= (t^2 -1) + t^2 (b-1)= t^2b -1.

Suma de cuadrados (SC) sin submuestreo

En el denominador de las siguientes fórmulas, h o c es nulo; H, C, A, B estarán representados por i, j, k, l, respectivamente. Las formas cuadráticas o matriciales se escribirán como lo hicieron González *et al*. (2023); González *et al*. (2024 a, b), en estas se utilizarán sumas o totales realizadas sobre el o los subíndices que no se muestran en su numerador.

$$\text{SC total} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = Y'Y - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

$$\text{SC H} = \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{i=1}^{h} Y_{i...}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{i...} Y_{i...} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas REMEXCA

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

$$\text{SC C} = \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{j=1}^{c} Y_{.j..}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{.j..}Y_{.j..} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

$$\text{SC A} = \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{k=1}^{t} Y_{..k.}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{..k.}Y_{..k.} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

Para calcular SC error a, primero deberá calcularse SC TRAT1, la cual se obtiene como:

$$\text{SC TRAT1} = \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k.}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \text{SC H} + \text{SC C} + \text{SC A} + \text{SC error a}$$

También:

$$\text{SC TRAT1} = \left(\frac{1}{b}\right) Y'_{i.k.}Y_{i.k.} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY = \text{SC parcelas principales}$$

Por lo tanto: SC error a= SC TRAT1 - SC H - SC C - SC A. Para verificar que SC error a sea correcta, aplicar la fórmula alternativa:

$$\text{SC error a} = \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k.}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{i=1}^{h} Y_{i...}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{j=1}^{c} Y_{.j..}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{k=1}^{t} Y_{..k.}^2 + 2\ \text{FC} = \left(\frac{1}{b}\right) Y'_{i.k.}Y_{i.k.} -$$

$$\left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{i...}Y_{i...} - \left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{.j..}Y_{.j..} - \left(\frac{1}{tb}\right) Y'_{..k.}Y_{..k.} + \left(\frac{2}{t^2 b}\right) Y'JY$$

De lo anterior también podrá verificarse que la suma de cuadrados de las parcelas principales (SC PP) es igual a:

$$\text{SC PP} = \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k.}^2 - \text{FC} = \left(\frac{1}{b}\right) Y'_{i.k.}Y_{i.k.} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

$$\text{SC B} = \left(\frac{1}{t^2}\right)\sum_{l=1}^{b} Y_{...l}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{t^2}\right) Y'_{...l}Y_{...l} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

Para calcular SC AxB, deberá obtenerse primero SC TRAT2 cómo:

$$\text{SC TRAT2} = \left(\frac{1}{t}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{..kl}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{t}\right) Y'_{..kl}Y_{..kl} - \left(\frac{1}{t^2 b}\right) Y'JY$$

El denominador de la primera parte de la formula debe ser h o c, pero no ambos y como h= c= t, por eso se escribió t, el número de niveles en el factor A. SC TRAT2= SC A + SC B + SC AxB. Por lo tanto: SC AxB= SC TRAT2 - SC A - SC B.

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

$$\text{SC Error b} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}^2 - \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k.}^2 - \left(\frac{1}{t}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{..kl}^2 + \left(\frac{1}{tb}\right)\sum_{k=1}^{t} Y_{..k.}^2$$

$$= Y'Y - \left(\frac{1}{b}\right)Y'_{i.k.}Y_{i.k.} \left(\frac{1}{t}\right)Y'_{..kl}Y_{..kl} - + \left(\frac{1}{tb}\right)Y'_{..k.}Y_{..k.}$$

$$\text{SC SUB} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b} Y_{ijkl}^2 - \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k.}^2 = Y'Y - \left(\frac{1}{b}\right)Y'_{i.k.}Y_{i.k.}$$

Grados de libertad (GL) con submuestreo

Debido a la adición del factor S (m= 1, 2, 3, s): GL total= t^2bs - 1. GL H= h - 1= t - 1. GL C= c - 1= t - 1. GL A= t - 1. GL error a= (t - 1)(t - 2). GL PP= GL H + GL C + GL A + GL error a.

También: GL PP= t^2 - 1. GL B= b - 1. GL AxB= (t - 1) (b - 1). GL EC= GL total - GL H - GL C - GL A - GL error a - GL B - GL AxB. Donde: GL EC son los grados de libertad del error conjunto. Así como: GL EC= t(tbs - t - b + 1). Además, se sabe que (González *et al*., 2023): GL EC= GL EM + GL EE.

Pero GL EE= t(t - 1)(b - 1), por lo tanto: GL EM= GL EC - GL EE= t^2b (s - 1). Para verificación: GL SUB= t^2 (bs - 1). GL PP + GL SUB= (t^2 - 1) + t^2 (bs - 1)= t^2bs - 1= GL total.

Suma de cuadrados (SC) con submuestreo

$$\text{SC total} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = Y'Y - \left(\frac{1}{t^2bs}\right)Y'JY$$

$$\text{SC H} = \left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{i=1}^{h} Y_{i....}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{i...}Y_{i...} - \left(\frac{1}{t^2bs}\right)Y'JY$$

$$\text{SC C} = \left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{j=1}^{c} Y_{.j...}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{.j..}Y_{.j...} - \left(\frac{1}{t^2bs}\right)Y'JY$$

$$\text{SC A} = \left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{k=1}^{t} Y_{..k..}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{..k..}Y_{..k..} - \left(\frac{1}{t^2bs}\right)Y'JY$$

SC PP= SC H+SC C+SC A+SC HxA. En esta, SC HxA= SC Error a. Así:

$$\text{SC PP} = \text{SC TRAT1} = \left(\frac{1}{bs}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t} Y_{i.k..}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s} Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{bs}\right)Y'_{i.k..}Y_{i.k..} - \left(\frac{1}{t^2bs}\right)Y'JY$$

Por lo tanto:

SC HxA= SC TRAT 1-SC H- SC C -SC A=

Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

$$\left(\frac{1}{bs}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t}Y_{i.k..}^{2}-\left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{i=1}^{h}Y_{i....}^{2}-\left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{j=1}^{c}Y_{.j...}^{2}-\left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{k=1}^{t}Y_{..k..}^{2}+2\left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}}{t^{2}bs}\right)^{2}$$

También:

$$SC\ HxA=\left(\frac{1}{bs}\right)Y'_{i.k..}Y_{i.k..}-\left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{i....}Y_{i....}-\left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{.j...}Y_{.j...}-\left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{..k..}Y_{..k..}+\left(\frac{2}{t^{2}bs}\right)Y'JY$$

$$SC\ B=\left(\frac{1}{t^{2}s}\right)\sum_{l=1}^{b}Y_{...l.}^{2}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}}{t^{2}bs}\right)^{2}=\left(\frac{1}{t^{2}s}\right)Y'_{...l.}Y_{...l.}-\left(\frac{1}{t^{2}bs}\right)Y'JY$$

Para calcular SC AxB, primero deberá calcularse SC TRAT2, cómo:

$$SC\ TRAT2=\left(\frac{1}{ts}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{..kl.}^{2}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}}{t^{2}bs}\right)^{2}=\left(\frac{1}{ts}\right)Y'_{..kl.}Y_{..kl.}-\left(\frac{1}{t^{2}bs}\right)Y'JY$$

SC AxB= SC TRAT2-SC A-SC B=

$$\left(\frac{1}{ts}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{..kl.}^{2}-\left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{k=1}^{t}Y_{..k..}^{2}-\left(\frac{1}{t^{2}s}\right)\sum_{l=1}^{b}Y_{...l.}^{2}+\left(\frac{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{t}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}}{t^{2}bs}\right)^{2}=$$

$$\left(\frac{1}{ts}\right)Y'_{..kl.}Y_{..kl.}-\left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{..k..}Y_{..k..}-\left(\frac{1}{t^{2}s}\right)Y'_{...l.}Y_{...l.}+\left(\frac{1}{t^{2}bs}\right)Y'JY$$

Ahora ya se puede obtener, por diferencia, la SC EC, que es la suma de cuadrados del error conjunto. Su valor se estima a partir de: SC EC= SC total - SC H - SC C -SC A - SC error a - SC B - SC AxB.

También es verificable:

$$SC\ EC=\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}^{2}-\left(\frac{1}{bs}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t}Y_{i.k..}^{2}-\left(\frac{1}{ts}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{..kl.}^{2}+$$

$$\left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{k=1}^{t}Y_{..k..}^{2}=Y'Y-\left(\frac{1}{bs}\right)Y'_{i.k..}Y_{i.k..}\left(\frac{1}{ts}\right)Y'_{..kl.}Y_{..kl.}+\quad-\left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{..k..}Y_{..k..}$$

SC error muestral (EM)=

$$\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}\sum_{m=1}^{s}Y_{ijklm}^{2}-\left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{i.kl.}^{2}=Y'Y-\left(\frac{1}{b}\right)Y'_{i.kl.}Y_{i.kl.}$$

Adicionalmente, la SC del error experimental (SC EE) es igual a:

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

$$\mathrm{SC\ EE} = \left(\frac{1}{b}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{i.kl.}^{2} - -\left(\frac{1}{bs}\right)\sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{t}Y_{i.k..}^{2} - \left(\frac{1}{ts}\right)\sum_{k=1}^{t}\sum_{l=1}^{b}Y_{..kl.}^{2} + \left(\frac{1}{tbs}\right)\sum_{k=1}^{t}Y_{..k..}^{2}$$

$$= \left(\frac{1}{b}\right)Y'_{i.kl.}Y_{i.kl.} - \left(\frac{1}{bs}\right)Y'_{i.k..}\,Y_{i.k..} - \left(\frac{1}{ts}\right)Y'_{..kl.}Y_{..kl.} + \left(\frac{1}{tbs}\right)Y'_{..k..}\,Y_{..k..}$$

Discusión

Los arreglos en PD y parcelas subdivididas para DCA y DBCA, han sido utilizados más frecuentemente en ensayos conducidos en las ciencias agropecuarias y forestales, entre otras (Gomez y Gomez, 1984; Martínez, 1988, 1994; Montgomery, 2009; González *et al*., 2019), pero la correspondientes al cuadro latino (DCL) no está bien documentado (Sahagún, 1998; Ledolter, 2010; Tirado y Tirado, 2017; González *et al*., 2022).

En este estudio se aplicó el DCL a los niveles del factor A en parcelas principales y los correspondientes al factor B son asignadas a las subparcelas de manera completamente al azar, como lo sugirieron Smith (1951); Martínez (1994); Tirado y Tirado (2017). Esto origina dos tipos de error: uno igual al de un DCL para un experimento de un factor y otro que es el residual en el modelo (Martínez, 1994; https://biometrics.ilri.org/Publication/Full%20Text/chapter20.pdf;).

En la literatura publicada se ha encontrado poca evidencia con relación al modelo estadístico de referencia, así como para un Análisis de varianza (Anava) y una comparación de medias (Ledolter, 2010; Tirado y Tirado, 2017; https://biometrics.ilri.org/Publication/Full%20Text/chapter20.pdf), especialmente para submuestreo (Gomez y Gomez, 1984; Martínez, 1988; proc Anova: Latin Square Split Plot :: SAS/STAT(R) 9.22 User's Guide).

En este sentido Martínez (1994) sólo presentó una tabla con las fuentes de variación (FV) y los grados de libertad (GL) que podrían calcularse sin submuestreo. Gomez y Gomez (1984) mostraron dos tablas con las FV y los GL para un DBCA y para un arreglo en PD con submuestreo balanceado, pero para un solo ensayo, adicionalmente, ellos describieron los procedimientos para obtener un Anava en ambas situaciones, con énfasis en la estimación de los errores muestral (EM) y experimental (EE), que en el presente estudio conforman al error conjunto (EC).

En el sistema para análisis estadístico (SAS, Statistical Analysis System) sólo se presentaron los datos proporcionados por Smith (1951; proc Anova: Latin Square Split Plot :: SAS/STAT(R) 9.22 User's Guide) pero sin submuestreo, así como un código para obtener un Anava con tres tipos de errores; con relación a la presente investigación, CxHxA es igual al error a y la suma de HxB y del residual del modelo originan al error b. Tirado y Tirado (2017) presentaron el modelo estadístico para un PD en DCL sin submuestreo, así como un ejemplo para generar su Anava; ellos también generalizaron este tipo de análisis para un arreglo en parcelas subdivididas en DCL sin submuestreo.

En este estudio se construyó el modelo estadístico para experimentos en PD en DCL, sin y con submuestreo balanceado y se generaron las fórmulas para calcular GL y suma de cuadrados (SC) aplicando mínimos cuadrados y formas cuadráticas o matriciales, con base en las recomendaciones realizadas para otros estudios por González *et al*. (2023); González *et al*. (2024 a, b), aunque ellos también destacaron el uso de software.

En esta investigación se consideró que no hay interacción entre hileras (H), columnas (C) y niveles del factor A, como lo sugirieron Gomez y Gomez (1984); Martínez (1988, 1994); Montgomery (2009); Tirado y Tirado (2017), entre otros, pero aplicando la guía publicada por Sahagún (1998), se llegará a los mismos resultados con las consideraciones siguientes: H anidado en C o viceversa; H, C o ambos anidados dentro del factor A; los factores A y B están cruzados, H, C o ambos anidados en la interacción AxB; el error conjunto anidado en todas las componentes de este modelo.

Con submuestreo balanceado, además de lo anterior, S estará anidado en H, C y AxB. Al aplicar InfoGen o InfoStat será correcto elegir cómo Error a, alguna de las siguientes combinaciones: HxC, CxH, HxA, CxA, o HxCxA, debido a que en un DCL también es cierto que H=C=A=R, donde R es

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

el número de repeticiones si se eligiera un DCA o un DBCA. En el presente estudio la interacción HxA fue considerada como error a, pero al considerar el código para SAS que permitió analizar los datos de Smith (1951) éste es equivalente a la interacción CxHxA.

Así, las componentes restantes en el modelo sin submuestreo serán B, AxB, y error b. Con submuestreo balanceado, el EC debe fraccionarse en errores muestral (EM) y experimental (EE) y los componentes restantes serán los mismos que para el PD en DCL sin submuestreo. En ambos paquetes estadísticos EM será estimado directamente, cuando en especificaciones a los términos del modelo se capture la instrucción H*A*B>S, pero C*A*B>S originará los mismos resultados. Al aplicar InfoStat o InfoGen (Balzarini *et al*., 2008; Di Rienzo *et al*., 2008; Balzarini y Di Rienzo, 2016).

La diferencia que se origine al considerar o no a S, el número de veces que se aplica submuestreo balanceado permitirá el cálculo indirecto de SC EM, pero para validar resultados, también podrán emplearse las fórmulas presentadas previamente, así como las que fueron construidas para estimar EC y EE, si el usuario usa mínimos cuadrados, formulas cuadráticas o matriciales o ambas.

El paquete estadístico STAR genera un plan de aleatorización para PD en DCL, así como un Anava y una comparación de medias para los factores A, B y para su interacción, pero en este no está implementada la modalidad de submuestreo. Esta misma situación se ha observado al revisar diversos paquetes estadísticos que frecuentemente se utilizan en las ciencias agropecuarias y forestales, entre otras (González *et al*., 2019; Pérez *et al*., 2022).

También podría construirse una tabla para la interacción HxAxB, la diferencia entre SC total y SC de esta triple interacción producirá SC EM. Así, SC EE sería la diferencia entre SC EC y SC EM. Para un PD en DCL sin submuestreo, las hipótesis estadísticas relacionadas con H, C y A serán probadas utilizando al error a o la interacción HxA, mientras que las correspondientes al factor B y a la interacción AxB serán evaluadas con el error conjunto (Ledolter, 2010; Tirado y Tirado, 2017; Proc Anova: Latin Square Split Plot :: SAS/STAT(R) 9.22 User's Guide).

Para el modelo con submuestreo, primero deberá determinarse si EM es significativo: si lo es, éste será utilizado para probar las hipótesis estadísticas del factor B y de su interacción; si no lo es, ambas fuentes de variación serán evaluadas utilizando el residual del modelo (Ledolter, 2010; Tirado y Tirado, 2017).

Con este mismo enfoque serán realizadas las pruebas de comparación de medias para las componentes dentro de parcelas principales y dentro de subparcelas (Ledolter, 2010; Tirado y Tirado, 2017), pero también podría recurrirse a las recomendaciones proporcionadas por Gomez y Gomez (1984); Little y Hills (2008); Sahagún (1998), si es que H, C, pero no ambas, no fueran significativas, en cuyo caso ese tipo de comparaciones serán equivalentes a las de un DBCA en PD.

Si H y C tampoco son significativas, el usuario tiene la opción de analizar sus datos como un DCA en PD utilizando la misma base de datos que para los casos referenciados previamente (Balzarini *et al*., 2008; Di Rienzo *et al*., 2008; Balzarini y Di Rienzo, 2016; Tirado y Tirado, 2017).

Las metodologías presentadas en esta investigación permitirán homologar fórmulas para calcular grados de libertad y suma de cuadrados de manera fácil y confiable, como lo han mostrado para otros estudios González *et al*. (2023); González *et al*. (2024 a, b), con su simbología y la descrita en Mendenhall (1987); Sahagún (2007); Montgomery (2009).

Se generarán de manera fácil y confiable las formas cuadráticas o matriciales que alimentarán más frecuentemente a las calculadoras de matrices o a los paquetes estadísticos como SAS, Agrobase, SPSS, StatGraphics, STAR, PB Tools, entre otros, por lo que los procedimientos para construir un modelo estadístico, para obtener una Anava y para comparar medias de tratamientos en experimentos factoriales, para el tipo de arreglo de unidades experimentales aquí considerado, permitirán verificar directa o indirectamente, los cálculos pertinentes a ambas metodologías de manera más rápida y segura.

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

Conclusiones

En los dos modelos estadísticos que se construyeron en esta investigación se asumió que no hay interacción entre hileras, columnas y niveles del factor A, asignables a parcelas principales en un diseño en cuadro latino, adicionalmente se consideró que hay cruzamiento entre los factores A y B. Ambos modelos también se pueden generar si se considera lo siguiente: H anidado en C o viceversa; H, C o ambos anidados dentro del factor A; los factores A y B están cruzados; H, C o ambos están anidados en la interacción AxB; el error conjunto se anida en todas las componentes de este modelo.

Con submuestreo balanceado, además de lo anterior, S estará anidado en H, C y AxB. Para verificar grados de libertad y sumas de cuadrados en ambos modelos pueden aplicarse las fórmulas alternativas que fueron construidas para los errores a, conjunto, muestral y experimental, para cada una o para ambas metodologías. Otra opción sería aplicar directamente las fórmulas generadas para parcelas principales y subparcelas y estimar indirectamente los cuatro errores de referencia.

Bibliografía

1 Balzarini, M. G. y Rienzo, J. A. 2016. InfoGen. FCA. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.http://www.info-Gen.com.ar.

2 Balzarini, M. G.; González, L.; Tablada, M.; Casanoves, F.; Rienzo, J. A. y Robledo, C. W. 2008. Manual del usuario de InfoStat. Ed. Brujas, Córdoba, Argentina. 348 p.

3 Di Rienzo, J. A.; Casanoves, F.; Balzarini, M. G.; González, L.; Tablada, M. y Robledo, C. W. 2008. InfoStat, versión 2008. Grupo InfoStat, FCA. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. https://www.infostat.com.ar.

4 Gomez, K. A. y Gomez, A. A. 1984. Statistical procedures for agricultural research. 2nd Ed. John Wiley & Sons, Inc. Printed in Singapore. 680 p.

5 González, H. A.; Pérez, L. D. J.; Rubí, A. M.; Gutiérrez, R. F.; Franco, M. J. R. P. y Padilla, L. A. 2019. InfoStat, InfoGen y SAS para contrastes mutuamente ortogonales en experimentos en bloques completos al azar en parcelas subdivididas. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. 10(6):1417-1431.

6 González, H. A.; Pérez, L. D. J.; Balbuena, M. A.; Franco, M. J. R.; Gutiérrez, R. F. y Rodríguez, G. J. A. 2023. Submuestreo balanceado en experimentos monofactoriales usando InfoStat y InfoGen: validación con SAS. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. 14(2):235-249. Doi: https://doi.org/10.29312/remexca. v14i2.3418.

7 González, H. A.; Pérez, L. D. J.; Hernández, A. J.; Franco, M. J. R. P.; Rubí, A. M. y Balbuena, M. A. 2024 a. Tratamientos anidados dentro de un arreglo en grupos de bloques completos balanceados. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. 15(2):3634. Doi.org/ 10.29312/ remexca.v15i2.3634.

8 González, H. A.; Pérez, L. D. J.; Hernández, A. J.; Franco, M. J. R. P.; Balbuena, M. A.; Rubí, A. M. 2024b. Serie de experimentos para tratamientos anidados en grupos en arreglo de bloques completos balanceados. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. 15(7):e3831. https://doi.org/10.29312/remexca.v15i7.3831.

9 Ledolter, J. 2010. Split-plot design: discussion and examples. International Journal of Quality Engineering and Technology. 1(4):441-457. Doi.org/ 10.1504/IJQET.2010.035588.

10 Little, T. M. , Hills F. J. 2008. Métodos estadísticos para la investigación en la agricultura. Ed. Trillas, SA de CV. México, DF. ISBN:978-968-24-3629-1. 270 p.

11 Martínez, G. A. 1988. Diseños experimentales. métodos y elementos de teoría. Editorial. Trillas, 1ª Ed. México, DF. 756 p.

12 Martínez, G. A. 1994. Experimentación agrícola: métodos estadísticos. Primera Ed. Universidad Autónoma Chapingo (UACH), México, DF. ISBN: 9789688842867. 357 p.

DOI: https://doi.org/10.29312/remexca.v16i2.3926

13 Mendenhall, W. 1987. Introducción a la probabilidad y la estadística. Grupo editorial Iberoamérica. 1ª Ed. México, DF. 626 p.

14 Montgomery, D. C. 2009. Design and analysis of experiments. 7thEd. John Wiley & Sons. Inc. U.S.A. 656 p.

15 Pérez, L. D.; Jasso, B. G.; Saavedra, G. C.; Franco, M. J. R. P.; Ramírez, D. J. F.; González, H. A. 2022. Uso de artificios en Opstat para analizar series de experimentos en dialélico parcial. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas. 13(2):273-287. Doi.org/ 10.29312/remexca.v13i2.3130.

16 Sahagún, C. J. 1998. Construcción y análisis de los modelos fijos, aleatorios y mixtos. Departamento de Fitotecnia. Programa nacional de investigación en olericultura. Universidad Autónoma Chapingo (UACH). Boletín técnico núm. 2. 64 p.

17 Sahagún, C. J. 2007. Estadística descriptiva y probabilidad: una perspectiva biológica. 2ª Ed. Universidad Autónoma Chapingo (UACH). México, DF. ISBN: 97896802- 03574. 282 p.

18 Smith, W. G. 1951. Dissertation notes on Canadian sugar factories Ltd, Taber, Alberta, Canadá.

19 Tirado, E. G. y Tirado, G. D. N. 2017. Tratado de estadística experimental. primera edición. Ed centro de estudios e investigaciones para el desarrollo docente (CENID, AC), Guadalajara, Jalisco, México. ISBN: 978-607-8435-43-2. 202-264 pp.

Parcelas divididas en cuadro latino: modelos estadísticos y fórmulas sin y con submuestreo

Journal Information
Journal ID (publisher-id): remexca
Title: Revista mexicana de ciencias agrícolas
Abbreviated Title: Rev. Mex. Cienc. Agríc
ISSN (print): 2007-0934
Publisher: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias

Article/Issue Information
Date received: 01 December 2024
Date accepted: 01 February 2025
Publication date: 15 April 2025
Publication date: Feb-Mar 2025
Volume: 16
Issue: 2
Electronic Location Identifier: e3926
DOI: 10.29312/remexca.v16i2.3926

Categories

Subject: Artículo

Palabras clave:

Palabras clave:

experimentos bifactoriales
formas cuadráticas o matriciales
mínimos cuadrados

Counts

Figures: 0
Tables: 0
Equations: 25
References: 19
Pages: 0