

Cobertura óptima en el mercado de futuros bajo riesgo de precio y rendimiento*

Optimal coverage in the futures market under price risk and yield

Isaí Guízar Mateos¹, Miguel A. Martínez Damián^{1§} y Ramón Valdivia-Alcalá²

¹Posgrado en Economía. Colegio de Postgraduados. Carretera México-Texcoco, km 36.5, Montecillo Estado de México, C. P. 56230. Tel. 595 9520200. (isai@colpos.mx).
²DICEA. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Estado de México, km 38.5. C. P. 56230. Tel. 595 9521668. (ramvaldi@gmail.com). [§]Autor para correspondencia: angel01@colpos.mx.

Resumen

En México, en la última década cada vez ha sido mayor el uso de contratos en el mercado de futuros para administrar el riesgo en la actividad agrícola. Éste trabajo presenta el cálculo de una cobertura óptima para productores de maíz (*Zea Mays* L.) en Jalisco en el mercado de futuros utilizando un modelo de media-varianza, éste modelo asume que la función de utilidad está conformada por el ingreso esperado y la varianza del ingreso; se considera que el precio futuro, el precio de contado y el rendimiento representan fuentes de riesgo para el productor. Las medias de éstas variables son estimadas condicionadas a la información pasada de las mismas mediante modelos autoregresivos y de media móvil. En el cálculo se usa también un rango de coeficientes de aversión absoluta al riesgo. Los resultados sugieren que, cuando menor sea la aversión al riesgo la volatilidad del ingreso esperado se incrementa y cuando mayor es la aversión al riesgo el tamaño de la cobertura se estabiliza siendo constante a partir de cierto nivel.

Palabras clave: aversión al riesgo, cobertura, mercado de futuros, utilidad esperada.

Abstract

In Mexico in the last decade has been increasingly greater use of contracts in the futures market to manage risk in agriculture. This paper presents the calculation of optimal coverage for farmers of corn (*Zea mays* L.) in Jalisco in the futures market using a mean-variance model, this model assumes that the utility function consists of the expected income and variance of income, it is considered that the future price, the spot price and yield represent sources of risk to the producer. The means of these variables are estimated conditional on past information of the same models using autoregressive and moving means. The calculation also uses a range of coefficients of absolute risk aversion. The results suggest that the lower the volatility risk aversion increases the expected income and the higher the risk aversion size remained constant coverage stabilizes at a certain level.

Key words: risk aversion, coverage, future markets, expected income.

* Recibido: enero de 2012
Aceptado: octubre de 2012

Introducción

En el desempeño de la actividad agrícola, existe siempre la posibilidad de obtener pérdidas al finalizar el ciclo productivo, debido a que se está expuesto a variables que no tienen un comportamiento sistemático. El precio y el rendimiento son las variables más importantes en la conformación del ingreso de un agricultor, siendo su comportamiento aleatorio, el agricultor está consciente que al emplearse en la producción enfrenta cierto riesgo. Para administrar ese riesgo, se han desarrollado estrategias como la diversificación productiva, contratos por adelantado, contratos de futuro, opciones de futuros y otros. Desde el sector gubernamental se han implementado programas con el fin de garantizar al productor determinado ingreso tales como políticas de precios de garantía, ingreso objetivo, subsidios para compra de insumos, restricciones a las importaciones, etc.

En la última década se ha incentivado a productores a utilizar opciones sobre contratos de futuro para la administración del riesgo. Desde 1996 opera el subprograma de apoyos para la adquisición de coberturas de ASERCA con el objetivo de proteger el ingreso.

El uso de contratos en el mercado de futuros se realiza con la intención de que pérdidas en el mercado de contado por bajos precios sean compensadas por ganancias en el mercado de futuros o viceversa. El productor no está en posición de conocer la cantidad adecuada que debe contratar pues no conoce cuánto producirá. En este contexto, el objetivo de éste trabajo es determinar el tamaño de la cobertura en el mercado de futuros que maximiza la utilidad esperada de productores de maíz (*Zea Mays* L.) en el estado de Jalisco, México. Se utiliza un modelo que considera que la utilidad del productor está conformada por su ingreso esperado y la varianza del ingreso y se asume que los productores tienen aversión por el riesgo. Entendiendo a la utilidad como "la satisfacción que un individuo obtiene como resultado de las actividades que realiza" (Nicholson, 2005).

Estudios acerca de la estabilización del ingreso consideran al precio y la producción como fuente de riesgo; un trabajo pionero es el realizado por McKinnon (1967) en el que enfatiza la importancia de la correlación entre éstas variables en la estabilización del ingreso debido a que una correlación negativa sugiere una cobertura natural para la estabilización del ingreso. El uso del modelo de media varianza (M-V) en

Introduction

In carrying out agricultural activity, there is always the possibility of a loss at the end of the productive cycle, because it is exposed to variables that do not have a systematic behavior.

The price and yield are the most important variables in the confirmation of income from a farmer, and its random behavior, the farmer is aware that if used in the production faces some risk. To manage this risk, strategies has been developed such as productive diversification, forward contracts, futures contracts, future options and others. From the government sector programs have been implemented to ensure the farmer income policies such as price supports, income target, subsidies to purchase inputs, import restrictions, etc.

In the last decade farmers has been encouraged to use options on futures contracts for risk management. Since 1996 operates the support sub program for the acquisition of ASERCA coverage in order to protect the income.

The use of contracts in the futures market is done with the intention that losses in the cash market by lower prices are offset by gains in the futures market or vice versa. The farmer is not in a position to know the appropriate amount that should be hired, because he does not know how much he is going to produce.

In this context, the objective of this work is to determine the size of the coverage in the futures market that maximizes the expected utility of maize farmers (*Zea mays* L.) in the state of Jalisco, Mexico. It uses a model that considers that the utility from a farmer is comprised of his expected income and variance of income and it is assumed that farmers have risk aversion. Understanding the utility as "the satisfaction that an individual receives as a result of its activities" (Nicholson, 1978).

Studies on the income stabilization consider the price and production as a source of risk; a pioneering work done by McKinnon (1967) in which emphasizes the importance of the correlation between these variables in the stabilization of income because a negative correlation suggests a natural hedge for income stabilization. Using the mean variance model (M-V) in the optimal hedge calculation has been used by various authors; Rolfo (1980) applied this model to cocoa

el cálculo de coberturas óptimas ha sido utilizado por diversos autores; Rolfo (1980) aplica éste modelo a productores de cacao, en su modelo considera al precio y a la producción como fuentes de riesgo. También han utilizado el modelo M-V; Chavas y Pope (1982), Anderson y Danthine (1983), Alexander *et al.* (1986) y otros, a menudo asumiendo que los productores tienen aversión al riesgo del tipo contante absoluto (CARA). Lapan y Moschini (1994), obtienen una solución exacta bajo CARA en la función de utilidad, considerando el precio de contado, el precio futuro y el rendimiento como fuentes de riesgo, asumiendo que se distribuyen conjuntamente como una normal; ésta función la comparan con el modelo M-V para productores de Iowa en Estados Unidos de América, concluyendo que en la estructura M-V la cobertura óptima depende en mayor medida de la aversión al riesgo.

En México, Godínez (2007) contrasta el uso de instrumentos de futuro bajo la hipótesis de causalidad del precio futuro del maíz amarillo de la bolsa de Chicago sobre el precio de contado del maíz blanco en México, concluyendo que no existe tal relación causal por lo que la cobertura no es pertinente. La conclusión de Godínez es a nivel nacional y en el caso presente se particulariza al estado de Jalisco. Bajo el supuesto que los contratos de futuros son una herramienta eficaz para estabilizar el ingreso de los productores agrícolas.

Aspectos generales. Se analizarán a los productores de maíz en el estado de Jalisco, México que desean cubrirse contra precios bajos vendiendo un contrato en el mercado de futuros. Se considera que el productor toma la decisión de cuánta superficie sembrar así como el número y precio de contratos de futuro en la primer semana de agosto. La cosecha y operación contraria (compra) en el mercado de futuros se realiza en diciembre, mes en el que se obtiene el mayor volumen de producción en el Estado; de tal manera que toda la incertidumbre es resuelta al final del ciclo productivo. Los datos fundamentales para obtener la cobertura óptima son los de precios de futuro, los precios de contado y el rendimiento. Todos los datos utilizados son mensuales de enero de 2000 a agosto de 2007.

La información de rendimiento es obtenida del Servicio de Información Agrícola y Pesquera (SIAP) de la Secretaría de Agricultura, Ganadería, Pesca y Alimentación (SAGARPA). La serie de precios de futuro son datos de la Bolsa de Comercio de Chicago obtenidos a través de la Dirección de Estudios y Análisis de Mercado de Apoyos y Servicios a la Comercialización Agropecuario (ASERCA), los datos originales son semanales y están en centavos de

farmers, in his model considers the price and production as sources of risk. They have also used the M-V model; Chavas and Pope (1982), Anderson and Danthine (1983), Alexander *et al.* (1986) and others, often assuming that farmers are risk averse of the constant absolute risk aversion (CARA). Lapan and Moschini (1994), obtained an exact solution under CARA utility function, whereas the cash price, the future price and yield as sources of risk, assuming they are jointly distributed as normal; this function is compared with M-V model for farmers in Iowa in the United States, concluding that the optimal coverage M-V structure depends in a great way on risk aversion.

In Mexico, Godínez (2007) contrasts the use of future instruments under the assumption of causality from future price of yellow corn on the Chicago exchange market, on the price for white corn in Mexico, concluding that there is no such causal relationship, so at that hedge is not relevant. Godínez's conclusion is nationwide and in this case is particularized to the state of Jalisco. Under the assumption, that futures contracts are an effective tool to stabilize the income of farmers.

Overview. Corn farmers will be analyzed in the state of Jalisco, Mexico who wants to hedge against low prices, by selling a contract in the futures market. It is considered that the farmer makes the decision on how much planting area, as the number and price of futures contracts in the first week of August. Harvesting and opposite operation (purchase) in the futures market is carried out in December, the month in which to get the largest volume of production in the state; so that all the uncertainty is resolved at the end of the productive cycle. The fundamental data for optimal hedge is the future price and yield. All data used are monthly from January 2000 to August 2007.

Yield information is obtained from the Information Service Agriculture and Fisheries (SIAP) of the Ministry of Agriculture, Livestock, Fisheries and Food (SAGARPA). The price series data for the future are from the Chicago Board of Trade obtained from the Department of Studies and Market Analysis Support and Services for Agricultural Marketing (ASERCA), the original data are weekly and are in cents per bushel, these were converted to tons knowing that a ton is equal to 39.36825 bushels, later earned a monthly average was converted into pesos through a series of monthly exchange rate of the Bank of Mexico (BM), nominal prices were real using the farmers price index from BM based on August 2007. Finally, nominal cash prices of maize

dólar por búshel, éstos fueron transformados a toneladas sabiendo que una tonelada es igual a 39.36825 bushels, posteriormente se obtuvo un promedio mensual que fue transformado a pesos con una serie de tipo de cambio mensual del Banco de México (BM), los precios nominales se hicieron reales empleando el índice de precios al productor de BM con base en agosto de 2007. Finalmente, los precios de contado nominales de maíz en Jalisco son obtenidos del Servicio de Información e Integración de Mercados (SNIIM) de la Secretaría de Economía (SE), ésta serie al igual que la de precio de futuro fue transformada a precio reales con la misma base.

Aspectos particulares. Se representa la utilidad esperada del productor utilizando el modelo de media varianza (M-V) que asume que la utilidad esperada del productor está en función del ingreso esperado $E(I)$ y de la varianza del ingreso $Var(I)$. Esto es:

$$E(U) = E(I) - \frac{1}{2}m \cdot Var(I) \quad (1)$$

En donde m es un parámetro de aversión al riesgo positivo y E es el operador esperanza.

Determinar la cantidad óptima de contratos involucra identificar el ingreso que el productor espera obtener en el momento de la cosecha, dicho ingreso está en función de variables que el agricultor puede controlar (como la superficie de siembra), y otras que tienen un comportamiento aleatorio (en adelante serán denotadas con el símbolo \sim), que el agricultor no puede controlar, como el precio y el rendimiento.

Si se considera que el productor no utiliza estrategia alguna para protegerse contra decrementos del precio y que todo su producto es vendido en el mercado de contado, el ingreso será:

$$I = \tilde{p}_s (q \cdot \tilde{y}) \quad (2)$$

Es decir, el ingreso será simplemente el producto del precio aleatorio de contado (\tilde{p}_s) por el volumen de producción ($q \cdot \tilde{y}$), también aleatoria.

Los contratos de maíz son colocados en la bolsa de futuros de Chicago; sin embargo, Chicago opera con maíz del tipo amarillo y la producción en Jalisco es mayormente de maíz blanco, éste barrera se elimina realizando operaciones contrarias cuando el contrato éste por vencer. Así, cuando

in Jalisco are obtained from the Information Service and Market Integration (SNIIM) of the Ministry of Economy (SE), this series as well as the future price of real price was transformed to real price with the same basis.

Particular aspects. It represents the farmer's expected utility using the mean variance model (M-V) which assumes that the farmer's expected utility is in function of the expected income $E(I)$ and from income variance $Var(I)$. That is:

$$E(U) = E(I) - \frac{1}{2}m \cdot Var(I) \quad (1)$$

Where: m is a positive aversion risk parameter and E is the operator expectation.

To determine the optimal number of contracts, involves identifying the income expected from the producer at the time of harvest, such income is a function of variables that the farmer can control (like the surface of sowing) and others that have a random behavior (in below will be denoted by the symbol \sim), that the farmer can't control, such as price and yield.

Considering that the producer doesn't use any strategy to protect against price decreases and that its entire product is sold in the cash market, the income will be:

That is to say, that the income is simply the product of random cash price (\tilde{p}_s) by the volume of production ($q \cdot \tilde{y}$), also random.

$$I = \tilde{p}_s (q \cdot \tilde{y}) \quad (2)$$

Corn contracts are placed on the Chicago Futures Exchange; however Chicago operates with yellow corn and the production rate in Jalisco is mostly white corn, this barrier is removed when performing operations in breach of this contract due to expire. So when the farmer decides to protect against a decline in the cash price by selling a futures contract (f) and keeps it until maturity, his income will be:

$$I = \tilde{p}_s (q \cdot \tilde{y}) + (p^f - \tilde{p}_f) f \quad (3)$$

This way, its expected income will consist by the entry into the spot market [$\tilde{p}_s (q \cdot \tilde{y})$] and the gain or loss on the futures market [$(p^f - \tilde{p}_f) f$]. In (2) and (3) q is the surface, \tilde{p}_s is the price at the time of harvest, \tilde{p}_f is the future price and \tilde{y} denotes yield of product, both price and yield are random variables, hence it is considered price risk and yield. Both

el productor decide protegerse contra un decremento en el precio de contado vendiendo un contrato de futuros (f) y lo mantiene hasta su vencimiento, su ingreso será:

$$I = \tilde{p}_s(q\tilde{y}) + (p^f - \tilde{p}_f)f \quad (3)$$

De ésta forma, su ingreso esperado estará conformado por el ingreso en el mercado de contado [$\tilde{p}_s(q\tilde{y})$] y la pérdida o ganancia en el mercado de futuros [$p^f - \tilde{p}_f$]. En (2) y (3) q es la superficie, \tilde{p}_s es el precio en el momento de la cosecha, \tilde{p}_f es el precio futuro y \tilde{y} denota el rendimiento del producto, ambos precios y el rendimiento son variables aleatorias, de ahí que se considera riesgo de precio y de rendimiento. Tanto el tamaño del contrato (f) como el precio acordado (p^f), son conocidos por el productor, por lo que no representan alguna fuente de riesgo; pero, el precio en el mercado de futuros (\tilde{p}_f) no es conocido y aunque se asume que está correlacionado con el precio de contado (\tilde{p}_s), son distintos y ésta diferencia ($\tilde{p}_s - \tilde{p}_f$) es conocida como la base.

La esperanza y varianza del ingreso (3), son necesarias para conformar la utilidad esperada:

$$E(I) = q E(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f p^f - f E(\tilde{p}_f) \quad (4)$$

$$Var(I) = q^2 Var(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f^2 Var(\tilde{p}_f) - 2qf Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f) \quad (5)$$

Las ecuaciones (4) y (5) son sustituidas en (1):

$$E(U) = E(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f \tilde{p}_f - f E(\tilde{p}_f) - \frac{m}{2} [q^2 Var(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f^2 Var(\tilde{p}_f) - 2qf Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f)] \quad (6)$$

Para conocer el tamaño del contrato de futuros (f) que maximice la utilidad esperada (6) debe ser derivada respecto a f e igualada a cero:

$$\frac{\partial E(U)}{\partial f} = p^f - E(\tilde{p}_f) - mf \cdot Var(\tilde{p}_f) + qm \cdot Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f) = 0 \quad (7)$$

Despejando a f se tiene:

$$f = \frac{p^f - E(\tilde{p}_f)}{m \cdot Var(\tilde{p}_f)} + \frac{q \cdot Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f)}{Var(\tilde{p}_f)} \quad (8)$$

Es posible definir las variables aleatorias en término de sus desviaciones y sus medias, tal como:

$$\tilde{p}_f = E(\tilde{p}_f) + \tilde{\varepsilon}_f \quad (9)$$

$$\tilde{p}_s = E(\tilde{p}_s) + \tilde{\varepsilon}_s \quad (10)$$

the size of the contract (f) as the agreed price (p^f), are known by the farmer, so it does not represent a source of risk; but the price in the futures market \tilde{p}_f is not known and although it is assumed that is correlated with the cash price \tilde{p}_s , are different and this difference $\tilde{p}_s - \tilde{p}_f$ is known as the base.

The expectation and variance of income (3) are necessary to conform to expected utility:

$$E(I) = q E(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f p^f - f E(\tilde{p}_f) \quad (4)$$

$$Var(I) = q^2 Var(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f^2 Var(\tilde{p}_f) - 2qf Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f) \quad (5)$$

Equations (4) and (5) are substituted in (1):

$$E(U) = E(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f \tilde{p}_f - f E(\tilde{p}_f) - \frac{m}{2} [q^2 Var(\tilde{p}_s\tilde{y}) + f^2 Var(\tilde{p}_f) - 2qf Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f)] \quad (6)$$

To know the size of future contracts (f) that maximizes the expected utility (6) must be derived respect (f) and equal to zero:

$$\frac{\partial E(U)}{\partial f} = p^f - E(\tilde{p}_f) - mf \cdot Var(\tilde{p}_f) + qm \cdot Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f) = 0 \quad (7)$$

Clearing f obtains:

$$f = \frac{p^f - E(\tilde{p}_f)}{m \cdot Var(\tilde{p}_f)} + \frac{q \cdot Cov(\tilde{p}_s\tilde{y}, \tilde{p}_f)}{Var(\tilde{p}_f)} \quad (8)$$

You can define the random variables in terms of their deviations and means, such as:

$$\tilde{p}_f = E(\tilde{p}_f) + \tilde{\varepsilon}_f \quad (9)$$

$$\tilde{p}_s = E(\tilde{p}_s) + \tilde{\varepsilon}_s \quad (10)$$

$$\tilde{y} = E(\tilde{y}) + \tilde{\varepsilon}_y \quad (11)$$

Where: $\tilde{\varepsilon}_i \sim N(0, \sigma_i^2)$ $i=f, s, y$. Assuming that $\tilde{\varepsilon}_f, \tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_y$ are jointly distributed normal with mean zero and variances $\sigma_f^2, \sigma_s^2, \sigma_y^2$ and covariance σ_{fs}, σ_{fy} , and σ_{sy} .

According to Lapan and Moschini (1994) the variance-covariance matrix can be represented as $\Sigma = E[\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}']$, where the vector $\tilde{\varepsilon}' = [\tilde{\varepsilon}_f, \tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_y]$, then Σ can be seen as follows:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_f^2 & \sigma_{fs} & \sigma_{fy} \\ \sigma_{sf} & \sigma_s^2 & \sigma_{sy} \\ \sigma_{yf} & \sigma_{ys} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\tilde{y} = E(\tilde{y}) + \tilde{\varepsilon}_y \tag{11}$$

Donde: $\tilde{\varepsilon}_i \sim N(0, \sigma_i^2)$, $i=f, s, y$. Asumiendo que $\tilde{\varepsilon}_f, \tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_y$ se distribuyen conjuntamente normal con media cero y varianzas $\sigma_f^2, \sigma_s^2, \sigma_y^2$ y covarianzas $\rho_{fs}, \rho_{fy}, \rho_{sy}$.

De acuerdo con Lapan y Moschini (1994) la matriz de varianzas y covarianzas puede ser representada como $\Sigma = E[\tilde{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}']$, donde el vector $\varepsilon' = [\tilde{\varepsilon}_f, \tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_y]$, entonces Σ puede ser vista de la siguiente forma:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_f^2 & \rho_{fs}\sigma_f\sigma_s & \rho_{fy}\sigma_f\sigma_y \\ \rho_{sf}\sigma_s\sigma_f & \sigma_s^2 & \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{yf}\sigma_y\sigma_f & \rho_{ys}\sigma_y\sigma_s & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Sea el coeficiente de correlación $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ para $i=f,s,y$. Entonces:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_f^2 & \rho_{fs}\sigma_f\sigma_s & \rho_{fy}\sigma_f\sigma_y \\ \rho_{sf}\sigma_s\sigma_f & \sigma_s^2 & \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{yf}\sigma_y\sigma_f & \rho_{ys}\sigma_y\sigma_s & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Considerando (13), (8) es equivalente a:

$$f = \frac{p^f - E(\tilde{p}_f)}{m\sigma_f^2} + \frac{q[E(\tilde{p}_s)\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s + E(\tilde{y})\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s]}{\sigma_f^2} \tag{14}$$

Las esperanzas de \tilde{p}_f, \tilde{p}_s y \tilde{y} serán estimadas condicionadas a la información disponible de la misma variable en el periodo pasado (l). De tal manera que:

$$Et(\tilde{p}_{f,t+l}|lt) = \mu_f \tag{15}$$

$$Et(\tilde{p}_{s,t+l}|lt) = \mu_s \tag{16}$$

$$Et(\tilde{y}_{,t+l}|lt) = \mu_y \tag{17}$$

Donde: $l=1, \dots, 5$ es el periodo que transcurre desde el momento de la siembra hasta la cosecha. Así, (14) puede ser visto como:

$$f = \frac{p^f - \mu_f}{m\sigma_f^2} + \frac{q[\mu_s\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s + \mu_y\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s]}{\sigma_f^2} \tag{18}$$

La ecuación (18) indica el tamaño del contrato de futuros que maximiza la utilidad. El primer término de la derecha corresponde al componente especulativo, que refleja la ganancia o pérdida que se obtiene en el mercado de futuros. El segundo término corresponde a la cobertura. También se observa que si el precio del contrato de futuro fuera insesgado,

The correlation coefficient being $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ for $i=f,s,y$. Then:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_f^2 & \rho_{fs}\sigma_f\sigma_s & \rho_{fy}\sigma_f\sigma_y \\ \rho_{sf}\sigma_s\sigma_f & \sigma_s^2 & \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{yf}\sigma_y\sigma_f & \rho_{ys}\sigma_y\sigma_s & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Considering (13), (8) is equivalent to:

$$f = \frac{p^f - E(\tilde{p}_f)}{m\sigma_f^2} + \frac{q[E(\tilde{p}_s)\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s + E(\tilde{y})\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s]}{\sigma_f^2} \tag{14}$$

The expectation of \tilde{p}_f, \tilde{p}_s and \tilde{y} will be estimated conditional on the available information from the same variable in the last period (l). Such that:

$$Et(\tilde{p}_{f,t+l}|lt) = \mu_f \tag{15}$$

$$Et(\tilde{p}_{s,t+l}|lt) = \mu_s \tag{16}$$

$$Et(\tilde{y}_{,t+l}|lt) = \mu_y \tag{17}$$

Where: $l=1, \dots, 5$ is the period between the time of planting to harvest. Thus (14) can be seen as:

$$f = \frac{p^f - \mu_f}{m\sigma_f^2} + \frac{q[\mu_s\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s + \mu_y\rho_{fs}\sigma_f\sigma_s]}{\sigma_f^2} \tag{18}$$

The equation (18) indicates the size of future contracts that maximizes utility. The first term of the right corresponds to the speculative component that reflects gains or losses that are obtained from future markets. The second term corresponds to hedge. It is also noted that if the futures contract price was unbiased, then the optimal coverage would be determined solely by the component coverage. The same happens if the farmer is complexly risk averse ($m \rightarrow \infty$), besides, if the risk in yield was zero, then:

$$\frac{f}{q\mu_y} = \frac{\rho_{fs}\sigma_s}{\sigma_f} \tag{19}$$

The optimal coverage would be determined solely by the regression coefficient of the cash price on the future price. Finally in (18) is observed that except for p^f, m and q are considered known, the remaining variables are unknown. Therefore, the conditional means (15) - (17) are estimated following the methodology of Box-Jenkins (identification, estimation, monitoring and prognosis), aided by the ARIMA procedure of SAS statistical software.

entonces la cobertura óptima estaría determinada únicamente por el componente de cobertura. Lo mismo sucede si el productor es totalmente averso al riesgo ($m \rightarrow \infty$), además, si el riesgo en el rendimiento fuera cero entonces:

$$\frac{f}{q\mu_y} = \frac{\rho_{fs}\sigma_s}{\sigma_f} \tag{19}$$

La cobertura óptima estaría determinada únicamente por el coeficiente de regresión del precio de contado sobre el precio de futuro. Finalmente en (18) se observa que, excepto por p^f , m y q que se consideran conocidas, las variables restantes son desconocidas. Por tanto, las medias condicionales (15)-(17) se estiman siguiendo la metodología de Box-Jenkins (identificación, estimación, verificación y pronóstico), auxiliados por el procedimiento ARIMA del programa estadístico SAS.

La cobertura óptima se encuentra bajo (18) donde p^f es el precio de futuro que el productor acuerda en el contrato cuando inicia la producción, el precio futuro en ese momento se aprecia en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Precio de futuro para diciembre de 2007.

Table 1. Future price for December 2007.

	Fecha	Centavos de dólar/bushel	Dólares/tonelada	Tipo de cambio	Pesos/tonelada
P1	30-Jul-07	340.00	133.85	9.3667	1 253.7520
P2	31-Jul-07	342.25	134.74	9.3667	1 262.0489
P3	1-Aug-07	336.00	132.28	9.3428	1 235.8405
P4	2-Aug-07	341.25	134.34	9.3462	1 255.6073
P5	3-Aug-07	343.00	135.03	9.3881	1 267.7042

Fuente: ASERCA y base de datos del Banco de México, noviembre de 2007.

Las medias condicionales, coeficientes de correlación y desviaciones estándar estimadas son reportadas en el Cuadro 2. El tamaño de un contrato de futuro es de 5 000 bushels, que equivale aproximadamente a 127 toneladas, para producir tal cantidad se considera una superficie (q) de 25 hectáreas.

Cuadro 2. Resumen de datos estimados.

Table 2. Summary of estimated data.

	Desviación		Correlación		Media condicional
σ_f	230.0489	ρ_{sf}	0.77744	μ_f	1 232.12
σ_s	327.2767	ρ_{sy}	-0.10701	μ_s	3 094.51
σ_y	0.8735	ρ_{fy}	-0.06702	μ_y	5 15058

The optimal coverage is found under (18) where p^f is the future price that the producer agrees to the contract when production begins, the future price at the time is shown in Table 1.

The conditional means, correlation coefficients and estimated standard deviations are reported in Table 2. The size of a futures contract is 5 000 bushels, or approximately to 127 tons, to produce that amount is considered a surface (q) of 25 hectares.

Only needed to determine the risk aversion coefficient (m), however, is difficult to know the proper coefficient of risk aversion, because each producer has different degree of risk aversion.

The following results are obtained assuming different levels of aversion; one must understand that when larger the coefficient the greater the degree of aversion will be.

Table 3 shows the amount that maximizes the expected utility of a producer of corn, considering different levels of aversion and different contract prices. It should be noted that the less averse a farmer is, greater is the amount needed to maximize the utility.

Únicamente falta por determinar el coeficiente de aversión al riesgo (m); sin embargo, es difícil conocer el coeficiente de aversión al riesgo adecuado, pues cada productor tiene diferente grado de aversión.

Los siguientes resultados son obtenidos suponiendo diferente nivel de aversión, se debe entender que cuando más grande sea el coeficiente mayor será el grado de aversión.

El Cuadro 3 muestra la cantidad que maximiza la utilidad esperada de un productor de maíz, considerando diferentes niveles de aversión y diferentes precios de contrato. Se debe observar que cuanto menos averso sea un productor mayor es la cantidad necesaria para maximizar la utilidad.

Table 4 shows the size of the coverage ratio of the expected production. For a farmer whose risk aversion is close to zero, coverage of futures contracts should be between 4.5 and 5 times more than the expected production, as the level of aversion increases, the amount to cover decreases, up to 95% when aversion coefficient is greater than or equal to 0.01.

When the aversion is small, the bias in the futures market ($p^f - \mu_f$) is of great relevance that when aversion is higher. Note that when the aversion is of 0.00001 there is greater variation in the amount to hire when the aversion is higher, in which case the contract amount is the same regardless of the variation in the bias of the five prices considered.

Cuadro 3. Cobertura óptima a diferentes niveles de aversión.
Table 3. Optimal hedge for different levels of aversion.

m	Coeficiente de aversión al riesgo						
	0.00001	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	20
P1	622.5785	172.7147	127.7283	123.2297	122.7798	122.7348	122.7301
P2	641.2933	174.5862	127.9155	123.2484	122.7817	122.7350	122.7301
P3	589.3078	169.3876	127.3956	123.1964	122.7765	122.7345	122.7301
P4	632.9756	173.7544	127.8323	123.2401	122.7808	122.7349	122.7301
P5	647.5315	175.2100	127.9778	123.2546	122.7823	122.7351	122.7301

En el Cuadro 4 se observa el tamaño de la cobertura en proporción de la producción esperada. Para un productor cuya aversión al riesgo es cercana a cero, la cobertura con contratos de futuro debe ser entre 4.5 y 5 veces más que la producción esperada, conforme aumenta el nivel de aversión, la cantidad a cubrir disminuye, hasta llegar a 95% cuando el coeficiente de aversión es mayor o igual a 0.01.

The expected income when using coverage and price risk is considered and the output is:

$$E(I) = q \cdot E(\tilde{p}_s \cdot \tilde{y}) + f \cdot p^f - f \cdot E(\tilde{p}_f) \tag{20}$$

Is possible to develop an equation (20), so that (20) is equivalent to:

Cuadro 4. Proporción de cobertura respecto a la producción esperada.
Table 4. Proportion of coverage regarding the expected production.

	Coeficiente de aversión al riesgo						
	0.00001	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	20
P1	4.8350	1.3413	0.9920	0.9570	0.9535	0.9532	0.9531
P2	4.9804	1.3559	0.9934	0.9572	0.9535	0.9532	0.9531
P3	4.5766	1.3155	0.9894	0.9568	0.9535	0.9532	0.9531
P4	4.9158	1.3494	0.9928	0.9571	0.9535	0.9532	0.9531
P5	5.0288	1.3607	0.9939	0.9572	0.9535	0.9532	0.9531

Cuando la aversión es pequeña el sesgo en el mercado de futuro ($p^f - \mu_f$) es de mayor relevancia que cuando la aversión es mayor. Observe que cuando la aversión es de 0.00001 hay mayor variación en la cantidad a contratar que cuando la aversión es mayor, en tal caso la cantidad a contratar es la misma sin importar la variación en el sesgo de los cinco precios considerados.

El ingreso esperado cuando se utiliza cobertura y se considera riesgo de precio y de producción es:

$$E(I) = q \cdot E(\tilde{p}_s \cdot \tilde{y}) + f \cdot p^f - f \cdot E(\tilde{p}_f) \tag{20}$$

Es posible desarrollar la ecuación (20), de tal manera que (20) es equivalente a:

$$E(I) = q \cdot E\{[E(\tilde{p}_s) + \tilde{\varepsilon}_s][E(\tilde{y}) + \tilde{\varepsilon}_y]\} + f \cdot p^f - f \cdot E[E(\tilde{p}_f) + \tilde{\varepsilon}_f] \tag{21}$$

Así que:

$$E(I) = q \cdot [\mu_s \mu_y + \rho_{sy} \sigma_s \sigma_y] + f \cdot p^f - \mu_f \tag{22}$$

Es evidente que si no se utiliza cobertura, la parte relativa al mercado de futuros en (22) no existe. En el Cuadro 5, se realiza una comparación del ingreso esperado cuando el productor se cubre y cuando sólo espera su ingreso en el mercado de contado. En todos los casos hay una ganancia pequeña pero positiva cuando se utiliza una cobertura óptima. Se debe resaltar que el objetivo de utilizar contratos de futuro, es disminuir el riesgo o estabilizar el ingreso y no precisamente obtener una ganancia. Sin embargo, a todos los precios (p^f) considerados el sesgo es positivo razón por la cual en el Cuadro 5 se observan mayores ingresos cuando se utiliza la cobertura.

$$E(I) = q \cdot E\{[E(\tilde{p}_s) + \tilde{\varepsilon}_s][E(\tilde{y}) + \tilde{\varepsilon}_y]\} + f \cdot p^f - f \cdot E[E(\tilde{p}_f) + \tilde{\varepsilon}_f] \tag{21}$$

So:

$$E(I) = q \cdot [\mu_s \mu_y + \rho_{sy} \sigma_s \sigma_y] + f \cdot p^f - \mu_f \tag{22}$$

Clearly, if coverage is not used, the part concerning futures market (22) does not exist. In Table 5, there is a comparison of the expected income when the farmer is covered and when only expected his income on the cash market. In all cases there is a small but positive gain when using optimal coverage.

It should be noted that the aim of using futures contracts is to reduce the risk and stabilize income and not just profit. However, all prices (p^f) considered positive bias is the reason by which in Table 5 are observed when using higher-income coverage.

Conclusions

Coverage has been calculated that maximizes the expected utility of corn producers in Jalisco, Mexico. The formation of the utility by a mean-variance model suggests that producers with levels of risk aversion close to zero the size of the coverage is more sensitive to variations in the futures market bias (difference between the contracted future price and the observed futures price), such producers the optimal coverage is higher than expected production. When producers reflect higher level of aversion to irrigation (> 0.001) optimum coverage decreases and becomes constant with respect to the expected production, despite variations in the bias of

Cuadro 5. Ingreso esperado con y sin cobertura.

Table 5. Expected income with and without coverage.

	Contado	0.00001		0.0001		0.001		0.01	
		Cobertura	Ganancia	Cobertura	Ganancia	Cobertura	Ganancia	Cobertura	Ganancia
P1	397 699	401 238	3 539	400 442	2 743	400 362	2 664	400 354	2 656
P2	397 699	403 064	5 366	401 541	3 842	401 389	3 690	401 374	3 675
P3	397 699	398 181	483	398 158	459	398 156	457	398 155	457
P4	397 699	401 624	3 925	400 685	2 987	400 592	2 893	400 582	2 884
P5	397 699	404 459	6 760	402 305	4 607	402 090	4 391	402 068	4 370

Conclusiones

Se ha calculado la cobertura que hace máxima la utilidad esperada de productores de maíz en Jalisco, México. La conformación de la utilidad mediante un modelo de media-varianza sugiere que para productores con niveles de aversión al riesgo cercana a cero el tamaño de la cobertura es más sensible a variaciones en el sesgo del mercado de futuros (diferencia entre el precio futuro contratado y el precio futuro observado), en este tipo de productores la cobertura óptima es mayor a la producción esperada. Cuando los productores reflejan mayor nivel de aversión al riesgo (> 0.001) la cobertura óptima disminuye y se vuelve constante respecto a la producción esperada, a pesar de las variaciones en el sesgo del precio futuro. En el cálculo de la cobertura óptima se utilizaron distintos precios de contrato, en todos se observa un sesgo positivo, lo cual refleja un ingreso esperado mayor cuando utiliza la cobertura.

Los resultados anteriores sugieren que la motivación a los productores en la utilización de contratos de futuro como una estrategia para a la administración del riesgo les permite disminuir la incertidumbre que se genera en el momento de la siembra, y aunque la ganancias al final del ciclo productivo en el mercado de futuros no son extraordinarias, si se logra estabilizar el ingreso esperado.

Literatura citada

Alexander, V. J.; Musser, W. N. and Mason, G. 1986. Future markets and firm decisions under price, p , and financial uncertainty. *Southern J. Agric. Econ.* 39-49.

the future price. In the calculation of the optimal coverage it was used different contract prices, in all a positive bias is observed, reflecting a higher expected income when coverage is used.

The above results suggest that motivation to producers to use futures contracts as a strategy for managing risk, allows them to reduce the uncertainty that is generated at the time of planting, and although the profits at the end of the production cycle in the futures market are not extraordinary, if the expected income can be stabilized.

End of the English version



- Anderson, R. and Danthine, J. P. 1983. Hedger diversity in future markets. *The Econ. J.* 93:370-389.
- Chavas, J. P. and Pope, R. 1982. Hedging and production decisions under a linear mean-variance preference function. *Western J. Agric. Econ.* 99-109.
- Godinez, P. J. A. 2007. Causalidad del precio de futuro de la bolsa de Chicago sobre los precios físicos de maíz blanco en México. *Estudios Sociales XV*:204-223.
- Lapan, H. and Moschini, G. 1994. Future Hedging Under Price, Basis, and Production Risk. *Am. J. Agric. Econ.* 76:465-476.
- McKinnon, R. I. 1967. Futures markets, buffer stocks, and income stability for primary producers. *J. Political Econ.* 75:844-861.
- Nicholson, W. 2005. *Microeconomic theory: basic principles and extensions*. Ninth edition. South-Western Thomsom. 71 p.
- Rolfo, J. 1980. Optimal hedging under price and quantity uncertainty: the case of a cocoa producer. *The J. Pol. Econ.* 88:100-116.